Classe : 3 ème Sc.	SERIE D'EXERCICES Suites réelles	A.scolaire : 2010/2011

Exercice 1:

Soit la suite U définie sur IN par $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = 2 - \dfrac{1}{U_n} \end{cases}$

1/a) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n, on a : $U_n > 1$

b) Montrer que la suite U est décroissante

2/ Soit V la suite définie sur IN par : $V_n = 3 + \dfrac{1}{U_n - 1}$

a) Montrer que V est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme

b) Exprimer V_n en fonction n et en déduire que $U_n = \dfrac{n+2}{n+1}$

c) Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$ et la somme $S = \sum\limits_{k=1}^{50} v_k$

Exercice 2:

Soit (U_n), la suite définie par: $U_n = \dfrac{2n+1}{n+3}$.

1) Déterminer le sens de variation de cette suite ; en déduire un minorant.
2) Montrer que cette suite est majorée par 2.
3) Exprimer $2 - U_n$ en fonction de n. En déduire pour quels rangs p on a : $1{,}999 \leq U_p \leq 2$.
Combien la suite (U_n) possède-t-elle de termes n'appartenant pas à l'intervalle [1,999; 2]?

Exercice 3 :

On considère la fonction numérique f définie sur $\left[-\dfrac{3}{2};+\infty\right[$ par $f(x) = \sqrt{2x+3}$ et la suite (U_n) définie par son premier terme U_0 et la relation de récurrence : $U_{n+1} = f(U_n)$.

A/ On prend $U_0 = 0$.

1) Tracer la courbe représentative de f et construire les premiers termes de la suite (U_n).
2) Montrer que si $x \in [0 ; 3]$, alors $f(x) \in [0 ; 3]$.
3) En déduire que tous les termes de la suite appartiennent à l'intervalle [0; 3].
4) Montrer que, pour tout entier naturel n, on a l'égalité :
$U_{n+1} - U_n = \dfrac{(3 - U_n)(U_n + 1)}{\sqrt{2U_n + 3} + U_n}$ En déduire le sens de variation de la suite.

B/ On prend maintenant $U_0 = 4$. En adaptant les questions de la partie A, montrer que la suite (U_n) est minorée par 3 et est décroissante.